Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude du départ d'un train à très haute vitesse et calcul d'une aire (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtstourisme.fr/assets/annales/bts-tourisme/E2 - Mathématiques/2018/BTS Tourisme - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Étude du départ d’un train à très haute vitesse et calcul d’une aire

Le modèle décrit la distance parcourue par un wagon dans un tube à basse pression afin d’évaluer son accélération et l’objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Une application de calcul intégral porte ensuite sur l’aire d’une pièce symétrique dessinée pour l’aménagement d’une gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

La formule fournie donne les solutions de $y' + ay = 0$ sous la forme $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = -0,2$, donc l’exposant vaut $-at = 0,2t$. La constante k est réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On dérive g, puis on remplace g et g' dans le membre de gauche :

$$g'(t) = -15 \text{ et } g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t.$$

On retrouve bien le membre de droite de (E), pour tout $t \in [0, 3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de (E) sur $[0, 3]$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. La solution générale de l’équation homogène est $ke^{0,2t}$.
2. En ajoutant la solution particulière $g(t) = -15t - 75$, on obtient l’ensemble des solutions de (E).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, le wagon étant au point de départ à t = 0.

Dans la solution générale, la condition initiale impose $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant la constante par cette valeur, on obtient la fonction demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. Cette inégalité est vérifiée lorsque $t \geq 0$, donc sur tout l'intervalle demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

Comme la dérivée est positive ou nulle sur tout l'intervalle, f y est croissante. Ses valeurs aux bornes sont :

t	**0**	**3**
$f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ $16,659$ km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

On évalue la fonction de distance à $t = 1$ minute : $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi au dixième donne $1,6$ km.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **1,6 km**

Question 3° a). Déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. À deux minutes, le calcul donne :

Instant	**Vitesse exacte**	**Arrondie au dixième**
$t = 2$	$15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min	$7,4$ km/min

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ **km/min**

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

La vitesse cible de 400 km/h correspond à $400/60 \approx 6,667$ km/min. En résolvant $15(e^{0,2t} - 1) = 400/60$, on trouve $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ minute, donc un instant inférieur à deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint après environ $1,839$ minute.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente en $t = 2$ a pour équation $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. En utilisant les expressions de f et f', on obtient la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

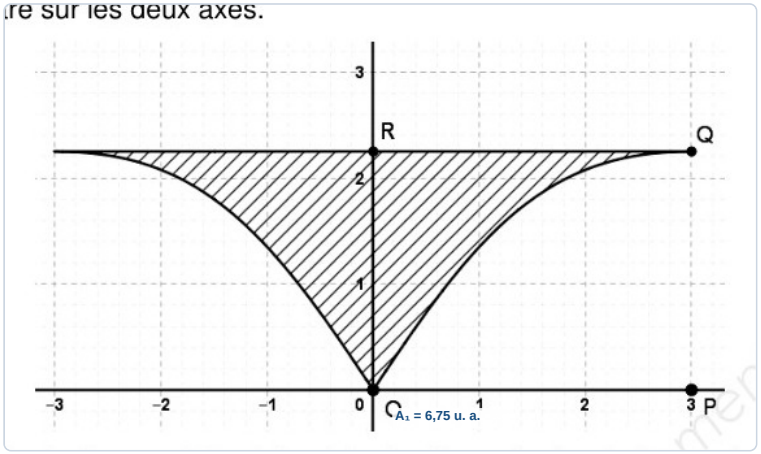
Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unité d'aire. La question s'appuie sur le graphique de la pièce et ses dimensions.

Sur le schéma, le rectangle OPQR va de $x = 0$ à $x = 3$ et sa hauteur est $2,25$. Son aire est donc le produit de sa largeur par sa hauteur.

Aire du rectangle OPQR



✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 3 \times 2,25 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3, en utilisant la primitive fournie.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive donnée, $A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2 + 9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln(18/9)$.

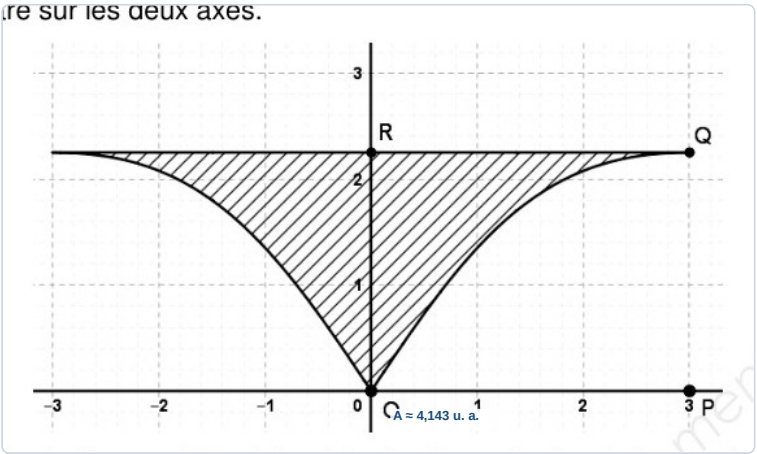
✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unité d'aire, puis arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire du rectangle supérieur complet vaut $2A_1 = 13,5$, et les deux parties sous les courbes ont une aire totale de $2A_2$. L'aire hachurée est donc $A = 2A_1 - 2A_2 = 13,5 - \frac{27}{2}\ln 2$.

Aire hachurée A



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A \approx 4,143$ u. a.

2. Probabilités et obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle dans une population de smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral destiné à examiner une affirmation sur la pratique de l'obsolescence programmée par la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des informations de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle pour les 200 smartphones.

Sur 200 appareils, 3 % sont touchés par l'obsolescence technique, soit 6, et 8 % par l'obsolescence logicielle, soit 16. Parmi ces 16 appareils, 12,5 % sont aussi touchés techniquement : cela donne 2 smartphones dans l'intersection. Les autres cases se déduisent des totaux de lignes et de colonnes, de façon à retrouver 200 appareils au total.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Les quatre effectifs croisés sont 2, 4, 14 et 180 ; les totaux sont 6, 194, 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour T, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique », et L, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant L.

Les données de l'énoncé donnent directement les probabilités des événements T et L : respectivement 3 % et 8 %. La troisième valeur est une probabilité conditionnelle : elle concerne uniquement les smartphones touchés par l'obsolescence logicielle. L'énoncé précise que, parmi ceux-ci, 12,5 % sont aussi touchés par l'obsolescence technique.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$, soit 12,5 %.

Question 3° a). Calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché simultanément par l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle.

Pour obtenir la probabilité que les deux obsolescences soient présentes, on utilise la formule de probabilité conditionnelle : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. On prend donc la probabilité d'être touché par l'obsolescence logicielle, puis on la multiplie par la proportion concernée également par l'obsolescence technique.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité d'être touché simultanément par les deux obsolescences est P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3° b). Calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Être touché par au moins un type d'obsolescence correspond à l'union des événements T et L. On additionne leurs probabilités, puis on soustrait celle de l'intersection, car les appareils concernés par les deux événements seraient sinon comptés deux fois.

- $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$.
- Avec les valeurs précédentes : $0,03 + 0,08 - 0,01$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité d'être touché par au moins une obsolescence est 0,10, soit 10 % des smartphones.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

On cherche ici la probabilité d'être touché par l'obsolescence logicielle parmi les smartphones déjà touchés par l'obsolescence technique. La probabilité conditionnelle se calcule en divisant la probabilité de l'intersection par celle de T :

$$P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0,01 / 0,03.$$

La fraction exacte est un tiers ; l'exercice demande des résultats arrondis au millième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Parmi les smartphones touchés techniquement, environ 0,333, soit 33,3 %, sont également touchés logiciellement.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque smartphone prélevé constitue une épreuve de Bernoulli : il est non réparable avec la probabilité 0,045, ou réparable avec la probabilité complémentaire 0,955. Le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement à des tirages avec remise ; les 50 épreuves sont donc indépendantes et ont la même probabilité de succès. Comme X compte les smartphones non réparables, X suit une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le nombre de smartphones non réparables dans un lot suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables lorsque le lot ne contient aucun appareil non réparable, c'est-à-dire lorsque X = 0. La probabilité de réparer un appareil est la probabilité complémentaire : 1 - 0,045 = 0,955. Les tirages étant assimilés à des tirages avec remise, on élève cette probabilité à la puissance 50.

Ainsi, $P(X = 0) = 0{,}955^{50}$, puis on arrondit au millième comme demandé dans l'exercice.

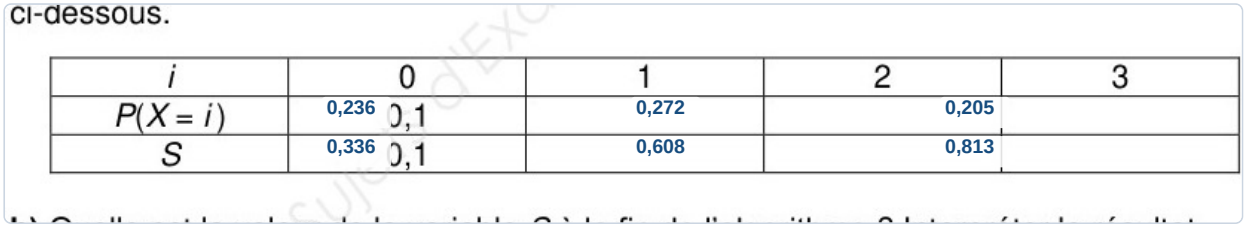
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones du lot soient réparables est 0,100 au millième près.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de la somme intermédiaire S.

Pour chaque valeur de i, on calcule $P(X = i) = C(50,i) \times 0{,}045^{i} \times 0{,}955^{50-i}$. La variable S reprend ensuite la somme précédente et y ajoute la probabilité de la nouvelle valeur de i. Les probabilités et les sommes affichées sont arrondies au millième ; les cumuls sont calculés avec les valeurs non arrondies.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S après l'itération	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété


ci-dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,236	0,272	0,205	
S	0,336	0,608	0,813	

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour i = 0, 1, 2, 3, les probabilités sont 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205 et les cumuls sont 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables.

L'algorithme commence avec S = 0 et ajoute les probabilités pour i = 0, 1, 2 puis 3. À la fin, la somme correspond à la probabilité que X prenne l'une de ces quatre valeurs. Dans le contexte, cela signifie que le lot contient au plus trois smartphones non réparables.

$S = P(X \leq 3)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> S vaut environ 0,813 : environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est le produit $E(X) = np$. Ici, on applique cette formule avec 50 prélèvements et une probabilité de non-réparabilité de 0,045. L'espérance décrit le nombre moyen de smartphones non réparables sur un grand nombre de lots, et non un résultat obligatoire pour chaque lot.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'espérance est 2,25 : sur un grand nombre de lots de 50, on compte en moyenne 2,25 smartphones non réparables par lot.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H_0 : p = 0,55, choisir la valeur de h arrondie au centième telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous l'hypothèse nulle, la fréquence F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central de probabilité 0,95 est centré sur la moyenne et a pour demi-largeur environ 1,96 fois l'écart type. On obtient $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, puis on arrondit au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La valeur approchée de h arrondie au centième est 0,07, soit la réponse proposée correspondante.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Le test est bilatéral au seuil de 5 % : on conserve donc les fréquences situées dans l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec la valeur de h arrondie à 0,07, les bornes sont 0,55 - 0,07 et 0,55 + 0,07. La décision se prend en comparant la fréquence observée à cet intervalle.

- Ne pas rejeter H_0 si la fréquence observée appartient à [0,48 ; 0,62].
- Rejeter H_0 si elle est strictement inférieure à 0,48 ou strictement supérieure à 0,62.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 pour une fréquence entre 0,48 et 0,62 inclus ; la rejeter en dehors de cet intervalle.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Déterminer la conclusion du test.

La fréquence observée est le rapport du nombre de réponses favorables à l'effectif interrogé :

$$f = 76 / 180 \approx 0{,}422.$$

Cette fréquence est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de décision. Elle appartient donc à la région de rejet du test bilatéral au seuil de 5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 : l'échantillon conduit à retenir une proportion différente de 0,55, et les réponses observées indiquent une proportion plus faible.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure deux heures ; son coefficient varie selon la spécialité. Elle comprend deux exercices de dix points : modélisation du départ d'un train à très haute vitesse et calcul d'aire, puis probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse appliqués à l'obsolescence programmée des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 3t, on associe la solution générale de l'équation homogène à une solution particulière.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance ; convertir les unités avant de la comparer à 400 km/h.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Dans un test bilatéral au seuil de 5 %, la zone centrale sous H_0 contient 95 % des fréquences.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer distance en kilomètres, temps en minutes et vitesse en kilomètres par minute avant toute comparaison.
- Dans une probabilité conditionnelle, respecter l'événement placé après le symbole de conditionnement.
- Dans l'algorithme, actualiser S pour chaque valeur de i, de 0 à 3, sans oublier une probabilité.
- Respecter les arrondis demandés ; chaque QCM vaut un point et une réponse fausse ou absente ne retire aucun point.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle de la première partie ?

Résolvez d'abord l'équation homogène, dont les solutions sont de la forme k e^(0,2t). Ajoutez ensuite la solution particulière fournie, puis utilisez la condition initiale f(0) = 0 pour déterminer la constante.

Q : Comment comparer la vitesse calculée à l'objectif de 400 km/h ?

La dérivée donne ici la vitesse en kilomètres par minute. Convertissez 400 km/h en divisant par 60, soit environ 6,67 km/min, puis comparez avec la vitesse obtenue à t = 2 minutes et tenez compte du délai fixé.

Q : Comment organiser les deux heures et que sait-on du barème ?

Les deux exercices valent chacun 10 points, mais le sujet ne fixe pas de durée par exercice. Répartissez le temps selon les questions, gardez une marge pour vérifier les calculs et traitez les parties indépendantes sans attendre d'avoir tout terminé.

Q : Quelles précautions prendre pour le test d'hypothèse et les QCM ?

Pour le test, utilisez les bornes bilatérales définies sous H_0 et confrontez-les à la fréquence observée avant de conclure. Dans les QCM, une réponse exacte vaut un point ; une réponse fausse ou absente ne retire aucun point.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtstourisme.fr/assets/annales/bts-tourisme/E2 - Mathématiques/2018/BTS Tourisme - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Tourisme : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.